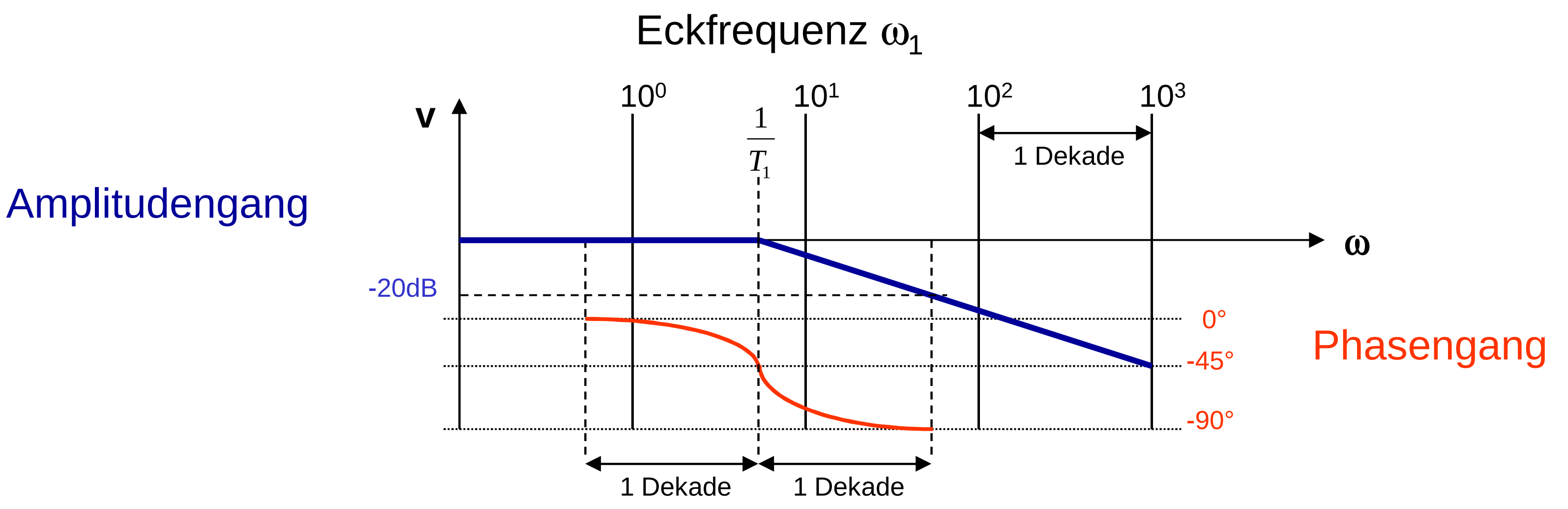
Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm

Die Herleitung dieser Methode erfolgt in der Vorlesung. Diese Information erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sie dient lediglich zur Einführung und der Hilfe für die vorgezogenen Laborübungen.

Für viele regelungstechnische Aufgaben bietet eine weitere Darstellungsart des Frequenzgangs besondere Vorteile. Im Bode-Diagramm werden Betrag und Phase des Frequenzgangs über einem logarithmischen Frequenzmaßstab getrennt dargestellt. Deshalb spricht man auch von logarithmischen Frequenzkennlinien.

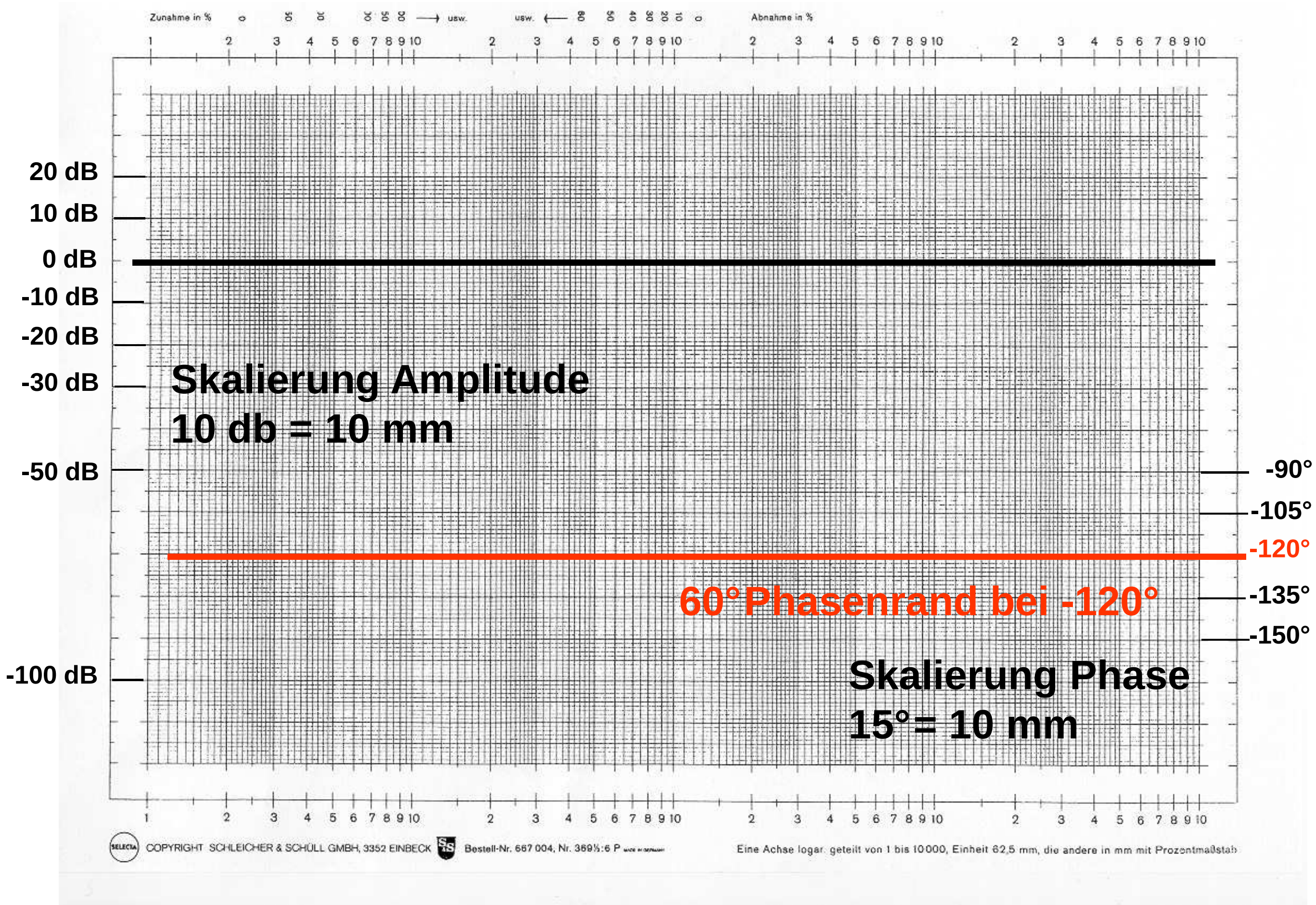
Man trägt den Verlauf des Betrags (Amplitude) und die dazu gehörende Phase über der Frequenz auf. Man spricht auch von Phasen- bzw. Amplitudengang über der Frequenz.
Alle Grundglieder der Regelungstechnik haben ihre spezifischen Amplituden- und Phasengänge.

Verzögerungsglieder erster Ordnung haben z. B. eine mit steigender Frequenz fallende Amplitude von 20dB/Dekade, die **näherungsweise** ab der Eckfrequenz $\omega = T^{-1}$ beginnt. Dazu auch eine Phasendrehung von -90°, beginnend 1 Dekade vor der Eckfrequenz bi s 1 Dekade nach der Eckfrequenz. Das Bild veranschaulicht diese Eigenschaft.



Vorbereitung des halblogarithmischen Papiers

Zeichnen Sie etwa in das obere Viertel eine waagerechte Linie als 0 dB-Linie ein

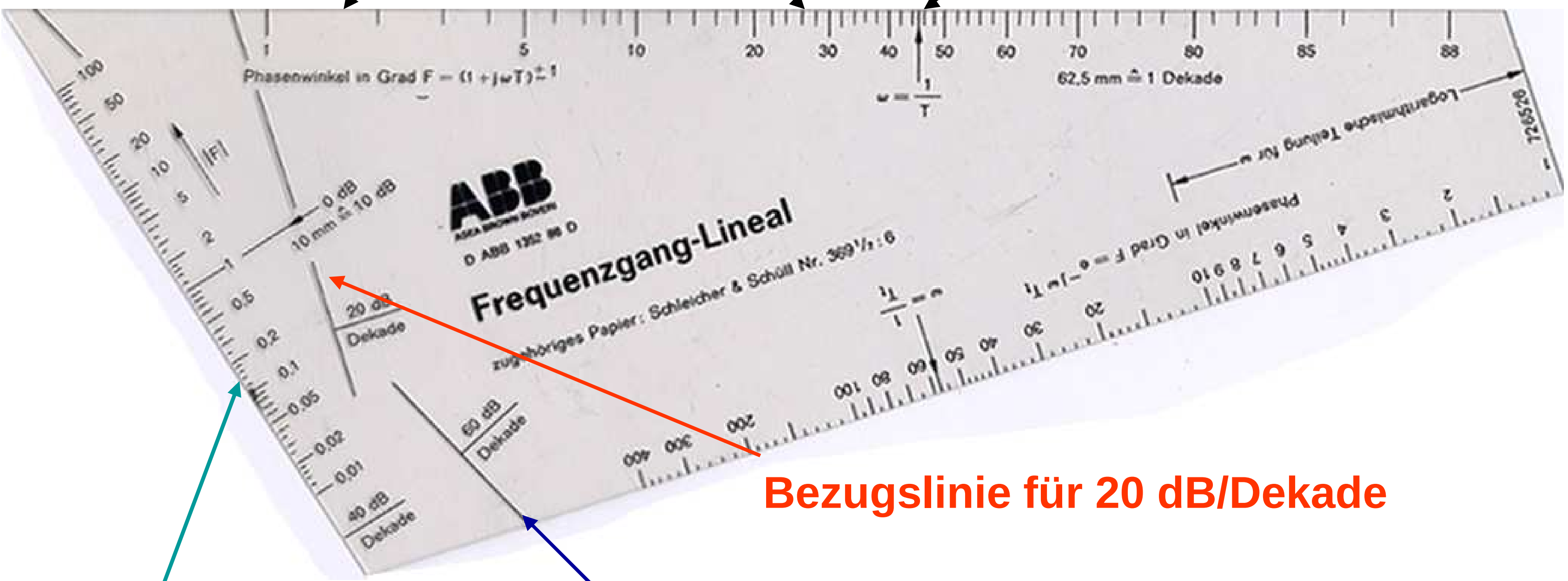


Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm

Das Phasenlineal (für 62,5 mm/Dekade)

Phasenverlauf für PT1-Glieder

Eckfrequenz



Bezugslinie für 20 dB/Dekade

Bezugslinie für 60 dB/Dekade

Bezugslinie für 40 dB/Dekade

Dimensionierung eines P-Reglers

Das ist die einfachste Version. Die Regelstrecke in diesem Beispiel besteht aus 3 PT-1-Gliedern (Verzögerungsglieder erster Ordnung)

Offener Regelkreis

Regler — Strecke

k_p — PT1 — PT1 — PT1

Übertragungsfunktion F_o des offenen Regelkreises:

$$F_o = k_p \cdot \frac{1}{1+pT_1} \cdot \frac{1}{1+pT_2} \cdot \frac{1}{1+pT_3}$$

Für den offenen Regelkreis mit kp = 1 und den Zeitkonstanten T_1 = 33 ms, T_2 = 100 ms und T_3 = 333 ms wird

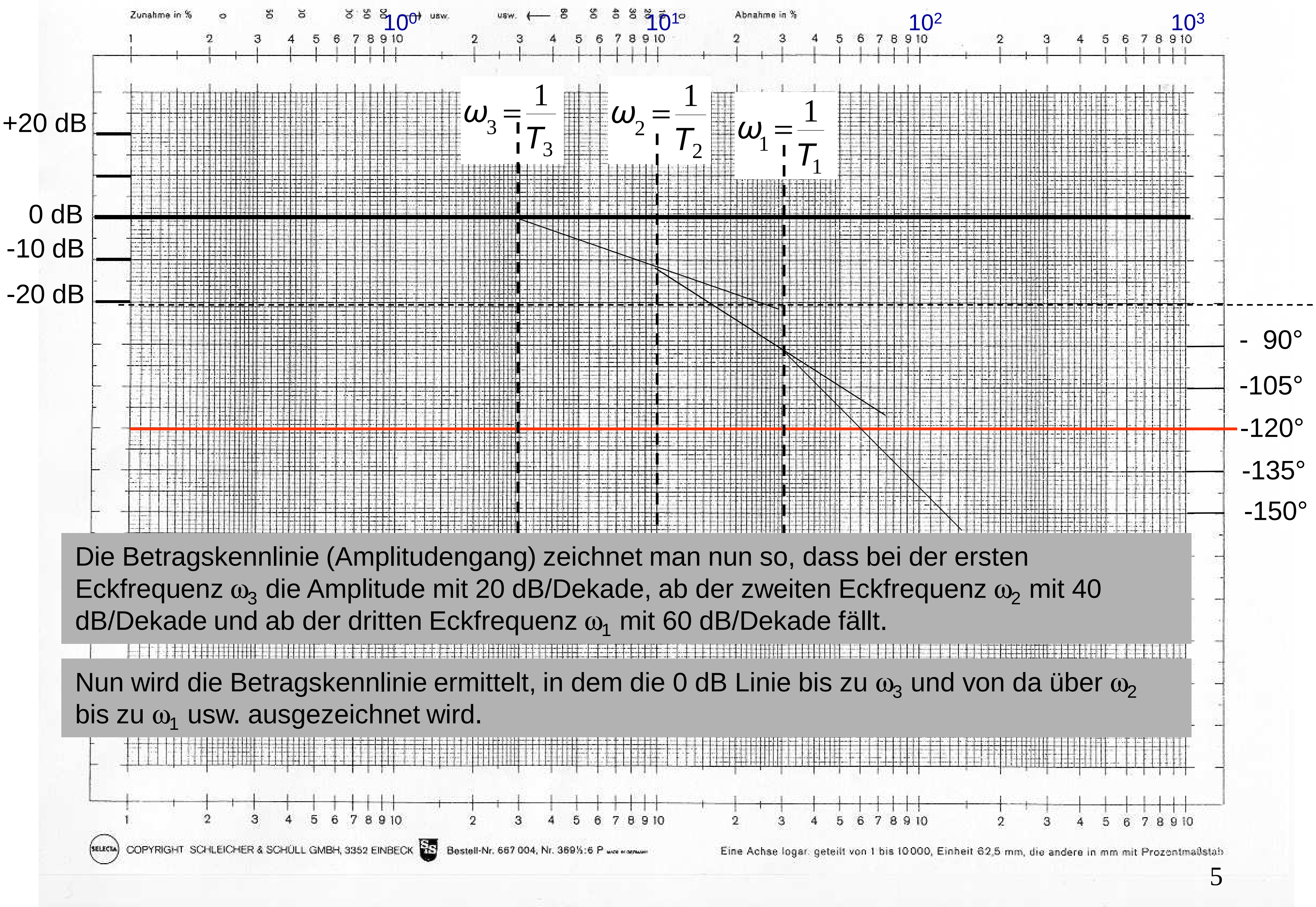
$$F_o = \frac{1}{1+p\cdot 0{,}033s} \cdot \frac{1}{1+p\cdot 0{,}1s} \cdot \frac{1}{1+p\cdot 0{,}333s}$$

Aus diesen Zeitkonstanten werden die Eckfrequenzen gebildet

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0{,}033s} = 30{,}3s^{-1} \qquad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0{,}1s} = 10s^{-1} \qquad \omega_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0{,}333s} = 3{,}003s^{-1}$$

und in das vorbereitete, halblogarithmische Papier eingetragen.

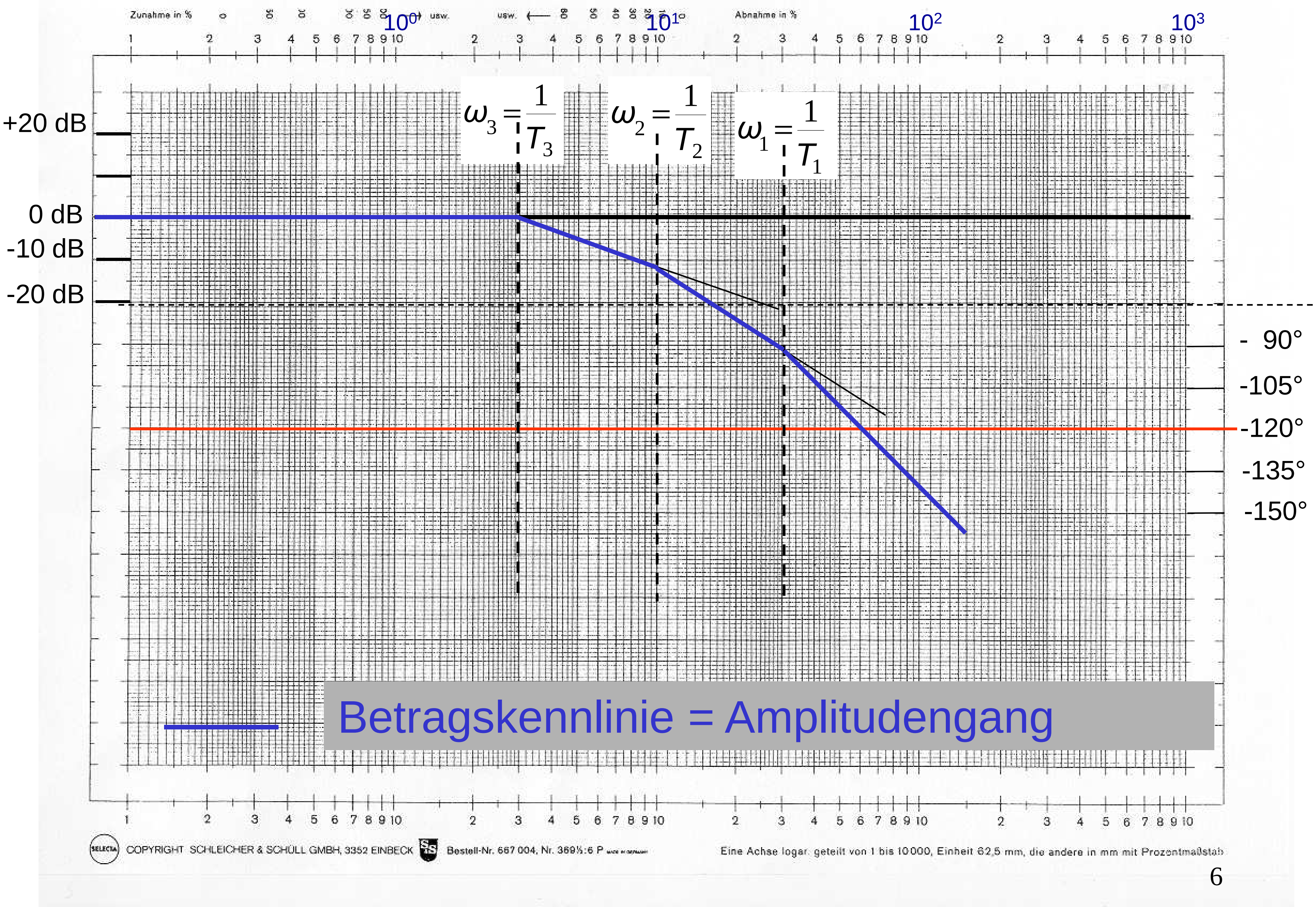
Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



Die Betragskennlinie (Amplitudengang) zeichnet man nun so, dass bei der ersten Eckfrequenz ω_3 die Amplitude mit 20 dB/Dekade, ab der zweiten Eckfrequenz ω_2 mit 40 dB/Dekade und ab der dritten Eckfrequenz ω_1 mit 60 dB/Dekade fällt.

Nun wird die Betragskennlinie ermittelt, in dem die 0 dB Linie bis zu ω_3 und von da über ω_2 bis zu ω_1 usw. ausgezeichnet wird.

Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm

Nun muss noch der relevante Teil des Phasengangs eingezeichnet werden. Dazu muss man wissen, dass die optimale Verstärkung $\mathbf{k_p}$ des Reglers bei -120° Phasenverschiebung ermittelt w ird. Wie, das zeigen wir im Folgenden. Man spricht auch von einem Phasenrand von 60° zur Phasenverschiebung von -180°.

Wird der Regelkreis so verstärkt, dass die Phase um 180° dreht, beginnt der Kreis zu schwingen. Man spricht in diesem Fall von der sogenannten kritischen Verstärkung, dem $\mathbf{k_{pkrit}}$.

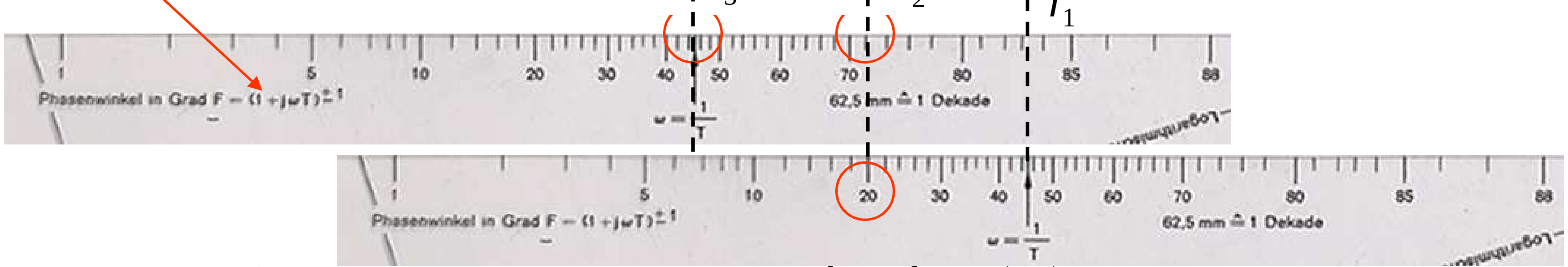
Der Phasengang ergibt sich aus der Addition der Phase der drei Verzögerungsglieder (PT1-Glieder) über der Frequenz.

Das Phasenlineal positioniert man mit der „richtigen Seite“ (siehe Bild) bei -45° an der Stelle der gewünschten Eckfrequenz ω_3. Links und rechts der Eckfrequenz kann man die jeweiligen Phasenwerte ablesen. Man kann dann abschätzen, wie groß die Phasenverschiebung bei der benachbarten Eckfrequenz ω_2 mindestens sein wird, weil an der Stelle bei PT1-Gliedern -45° dazu addiert werden kann. In unserem Fall wäre die Verschiebung -72°-45°= -117°.

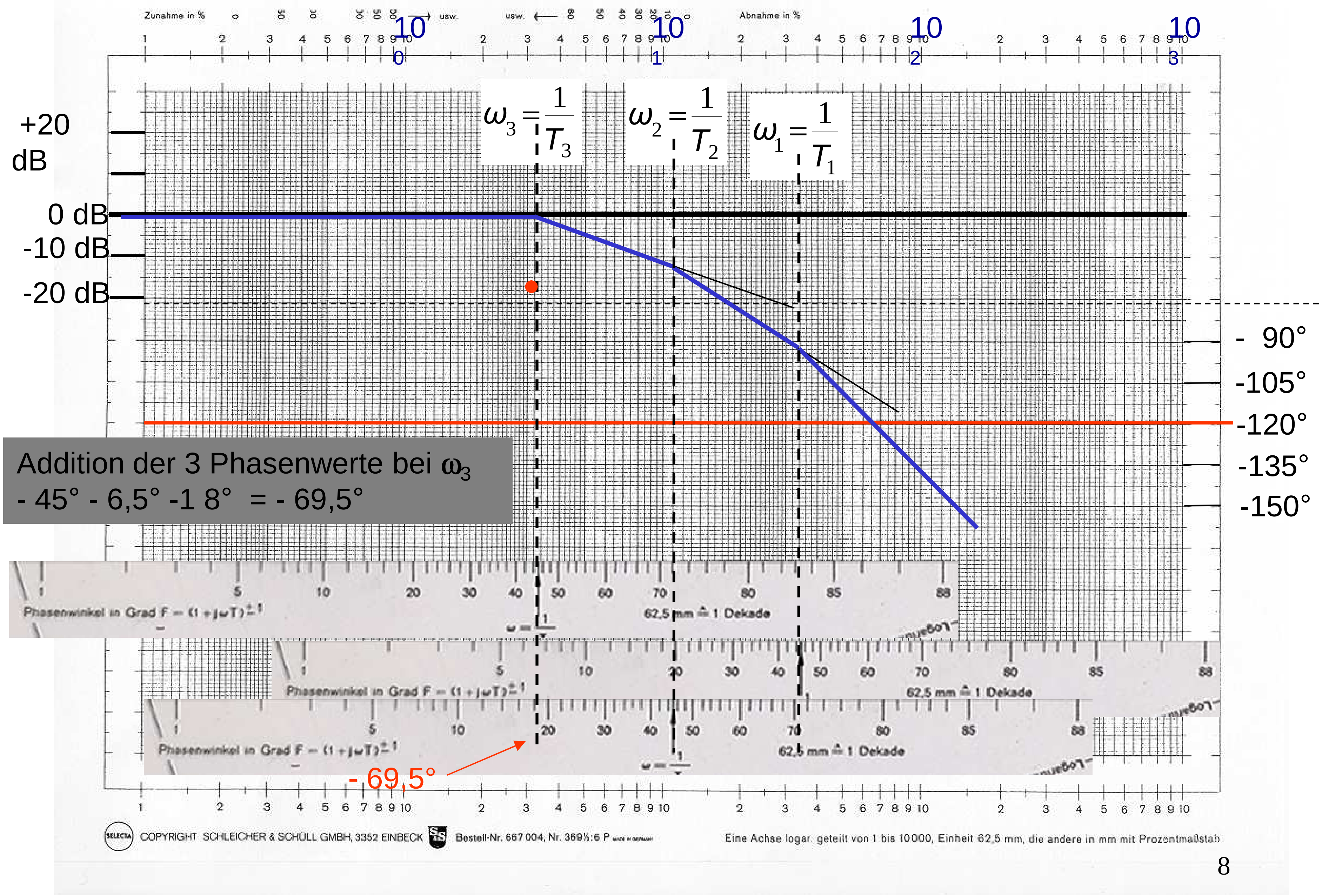
Nun kommt aber noch die Phasenverschiebung des dritten PT1-Gliedes ω_1 dazu, das noch einmal -20° bringt. An der Eckfrequenz des 2. PT1-Gliedes haben wir somit schon eine Phasenverschiebung von -137°

Das bedeutet, dass wir rechts davon keine Phasenwerte mehr brauchen, da ja nur der Bereich um -120° wichtig ist. Nun ermitteln wir links von ω_2 noch einige Phasenwerte, um -120° zu lokalisieren. W eiter im Bode-Diagramm auf der nächsten Seite.

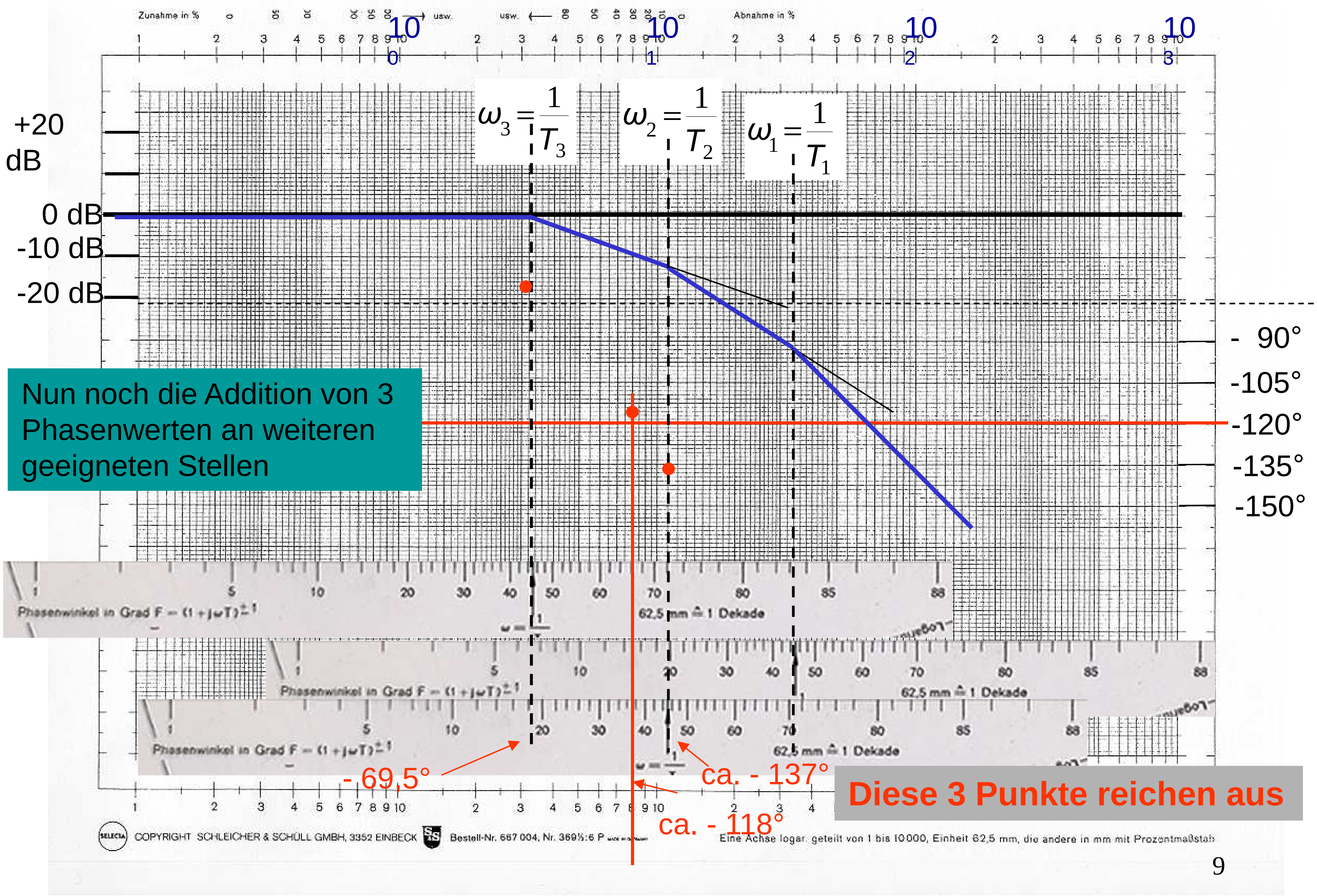
$\omega_3 = \frac{1}{T_3}$ $\omega_2 = \frac{1}{T_2}$ $\omega_1 = \frac{1}{T_1}$



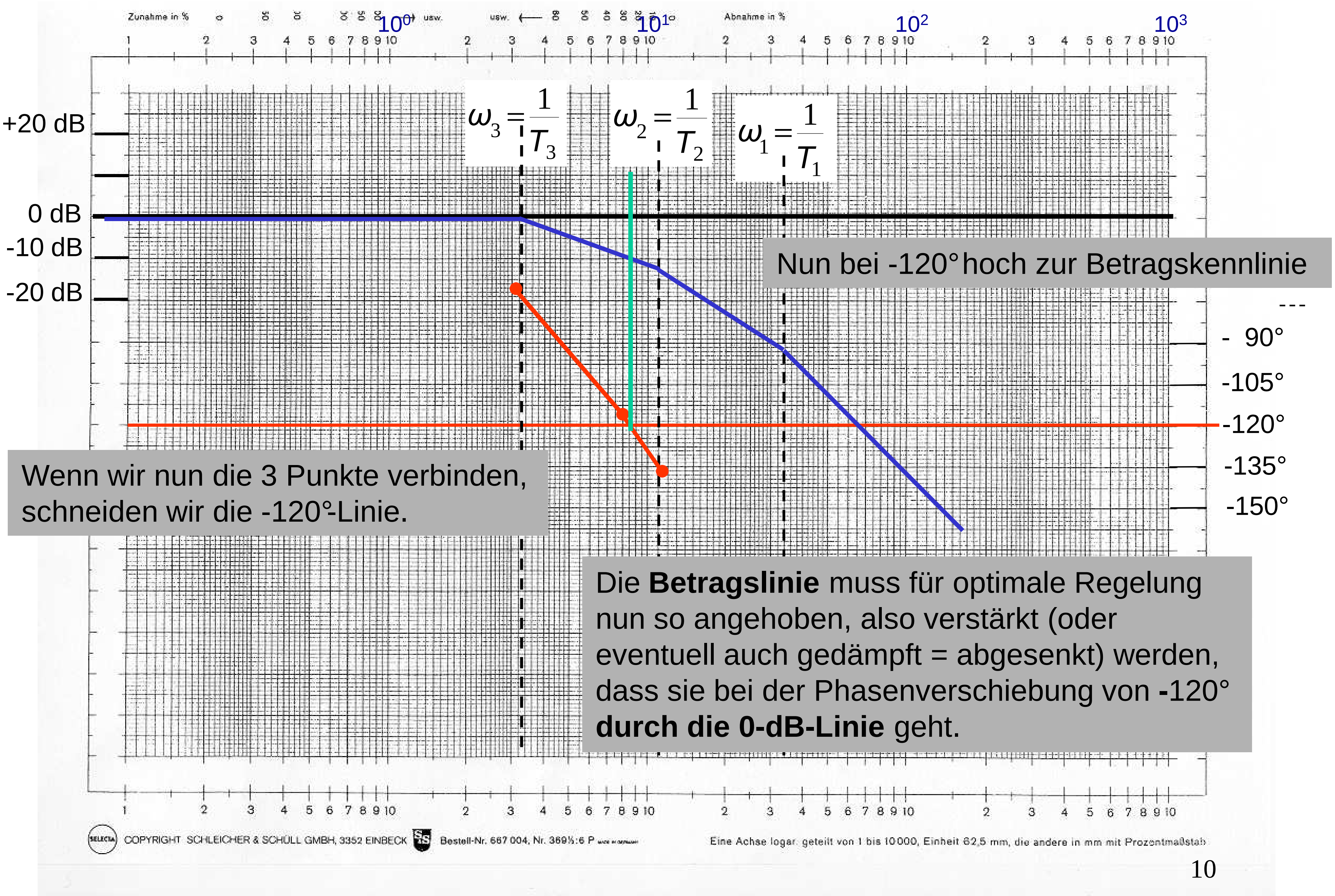
Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



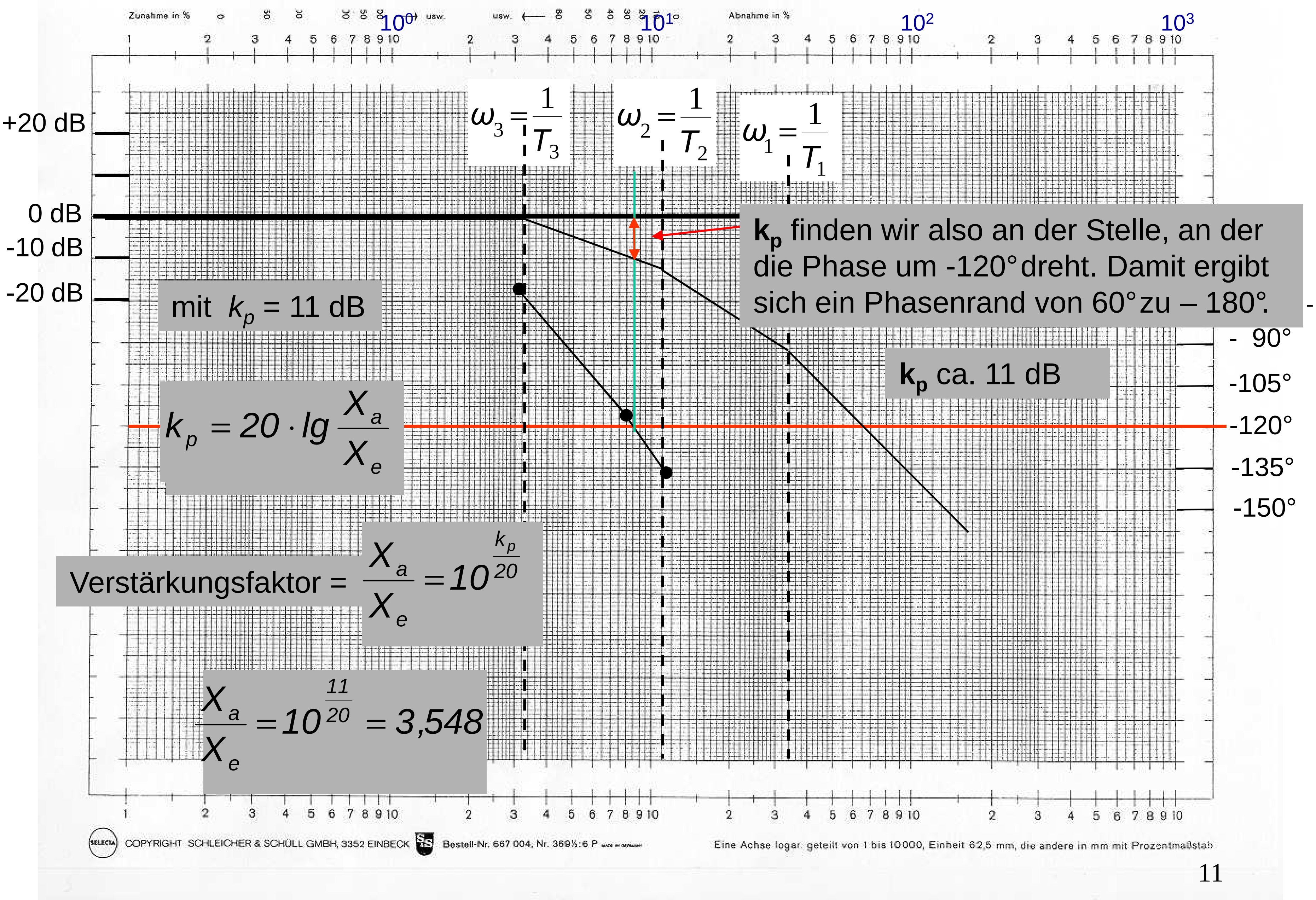
Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



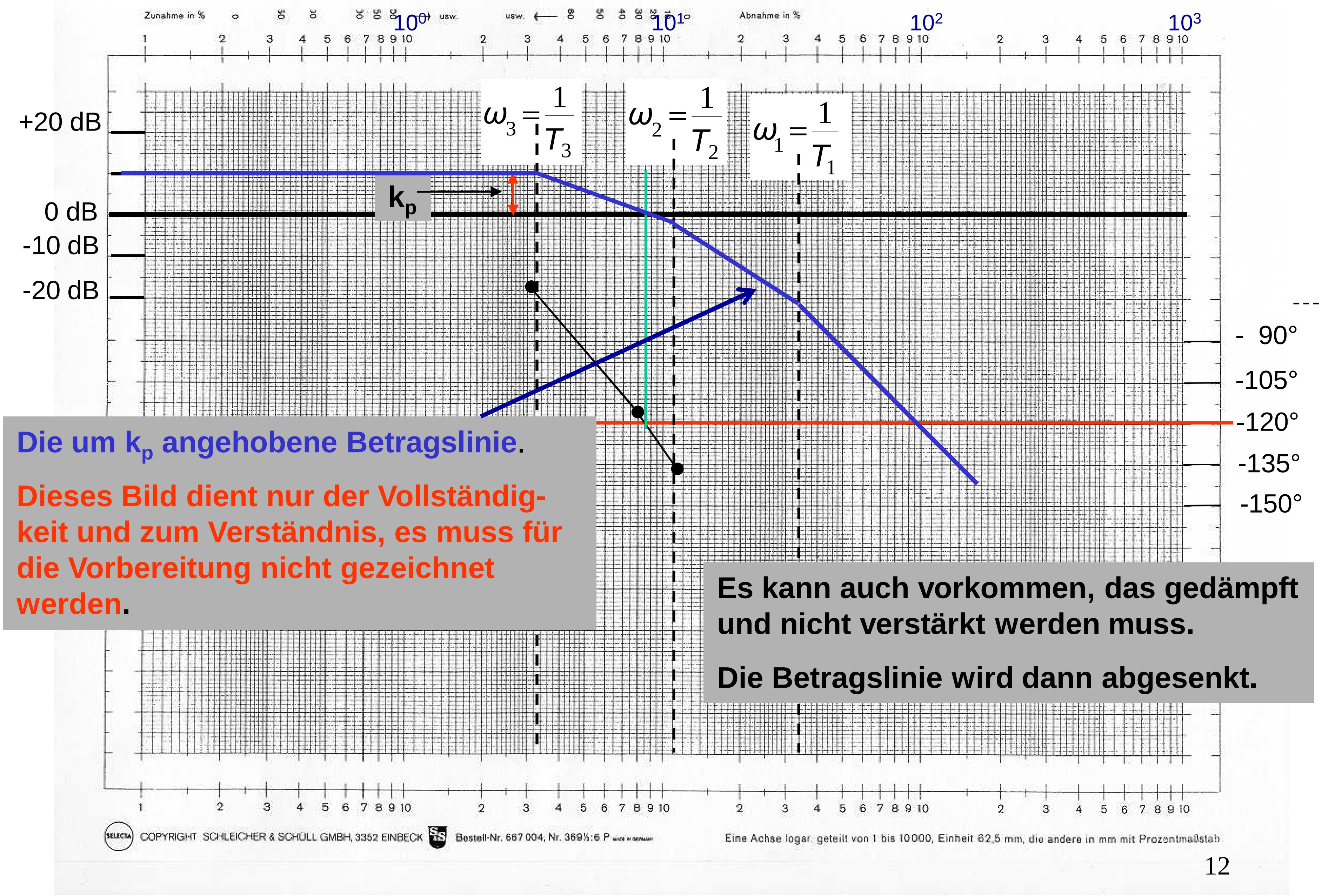
Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



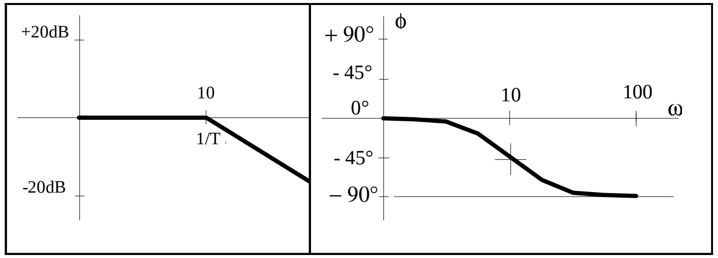
Die um k_p angehobene Betragslinie.

Dieses Bild dient nur der Vollständigkeit und zum Verständnis, es muss für die Vorbereitung nicht gezeichnet werden.

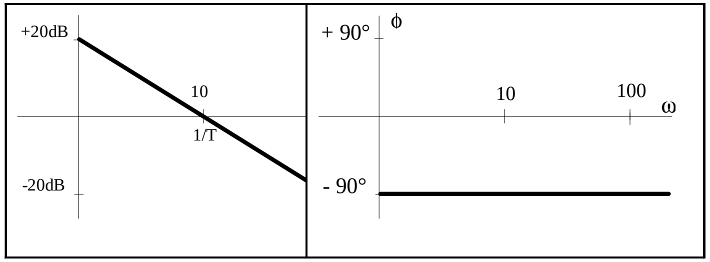
Es kann auch vorkommen, das gedämpft und nicht verstärkt werden muss.

Die Betragslinie wird dann abgesenkt.

PI-Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



Beim PT1-Glied verhalten sich wie schon erwähnt Betrag und Phase wie im Bild links.



Bei einem I-Glied fällt der Betrag mit der Frequenz um 20 dB/Dekade. Die Phase ist konstant -90°. 0 dB wird bei der Eckfrequenz erreicht. (siehe Bild links)

Übertragungsfunktion PI-Regler: $F_R = k_P \cdot \frac{(1+pT_N)}{pT_N}$, mit $k_i = \frac{k_p}{T_N}$ wird $F_R = k_I \cdot \frac{(1+pT_N)}{p}$

Offener Regelkreis PI-Regler mit 3 PT1-Gliedern

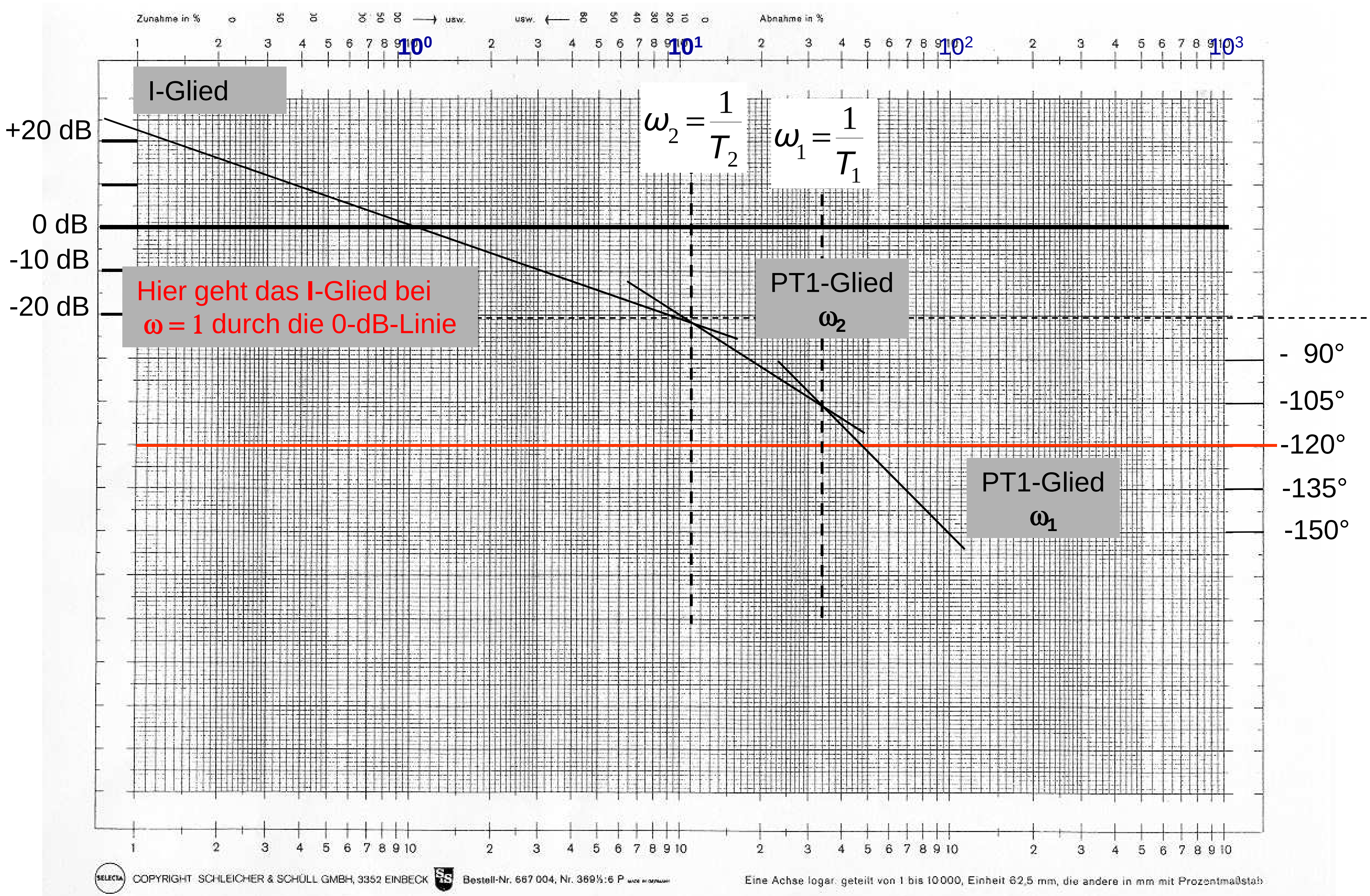
$$F_o = k_i \cdot \frac{1+pT_N}{p} \cdot \frac{1}{1+pT_1} \cdot \frac{1}{1+pT_2} \cdot \frac{1}{1+pT_3}$$

mit $T_N = T_3$ (größte Zeitkonstante) und kp = 1 wird F_o für das Bode-Diagramm (**nur für das Diagramm, nicht in der Realität**)

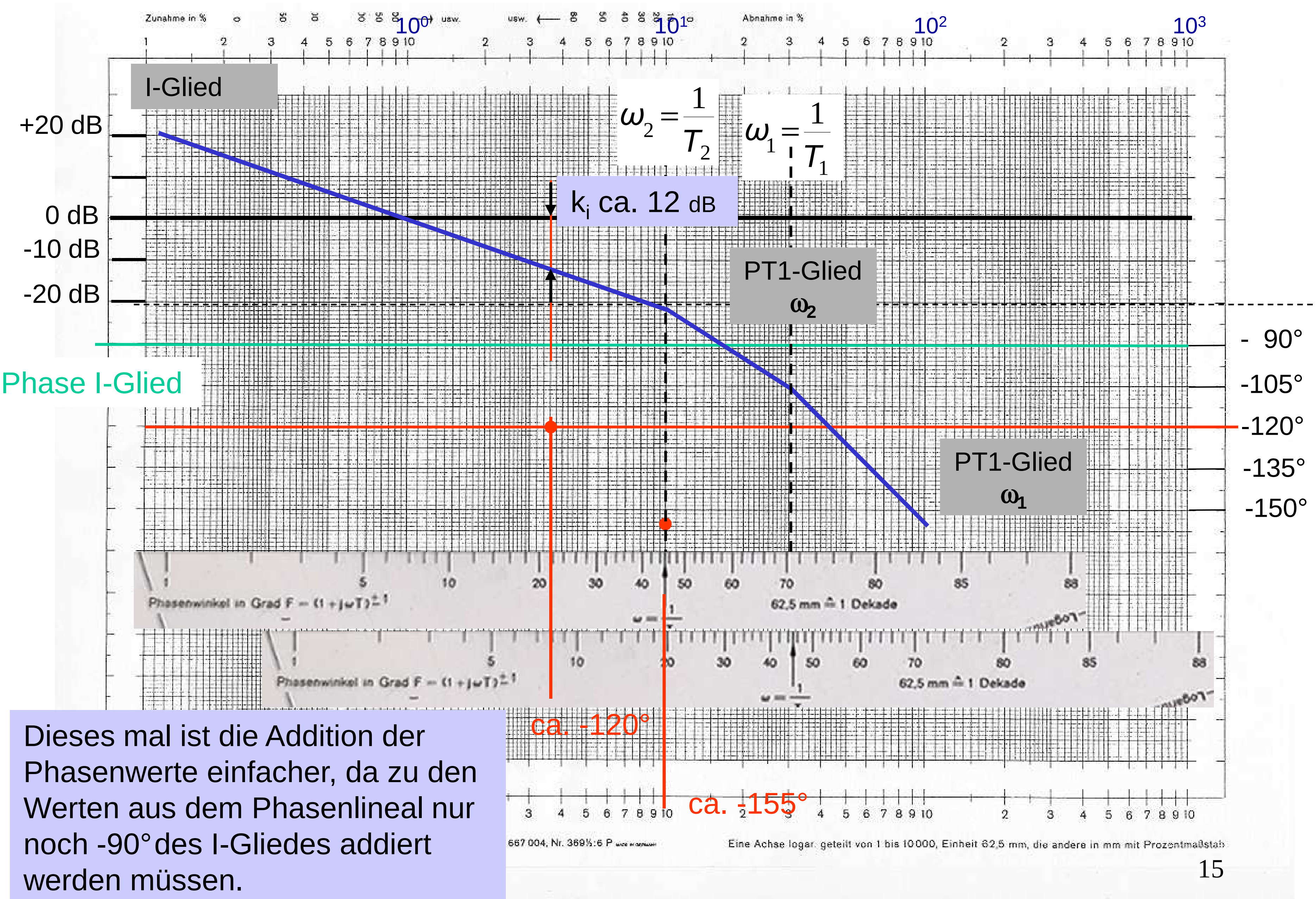
$$F_{(0)} = k_i \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{(1+pT_1)} \cdot \frac{1}{(1+pT_2)}$$

Mit den Zeitkonstanten wie vor gehen wir in das Bode-Diagramm nach der Methode von Prof. Dr. Hildenbrand, Integrierer bei ω =1 durch 0 dB, mit -20 dB Gefälle.

PI-Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm



PI-Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm

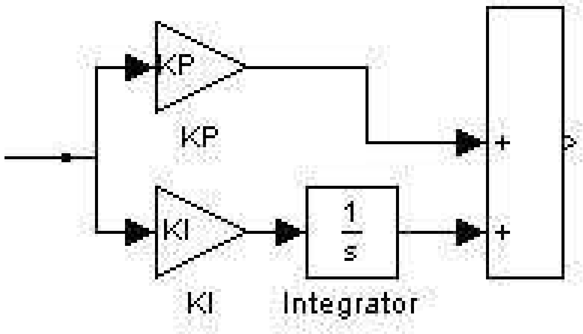


Dieses mal ist die Addition der Phasenwerte einfacher, da zu den Werten aus dem Phasenlineal nur noch -90° des I-Gliedes addiert werden müssen.

PI-Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm

Was machen wir nun mit dem gewonnenen k_i?

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, einen PI-Regler mit Simulink zu realisieren. Eine davon siehe Bild unten. Oben befindet sich der P-Regler, in den das gefundene k_p eingegeben wird.



Der Integrierer kann nur integrieren und braucht deshalb einen Verstärker, in den k_i eingegeben wird.

Aus dem gewonnen k_i berechnen wir k_p wie folgt:

aus $k_i = \frac{k_p}{T_N}$ wird $k_p = k_i \cdot T_N$

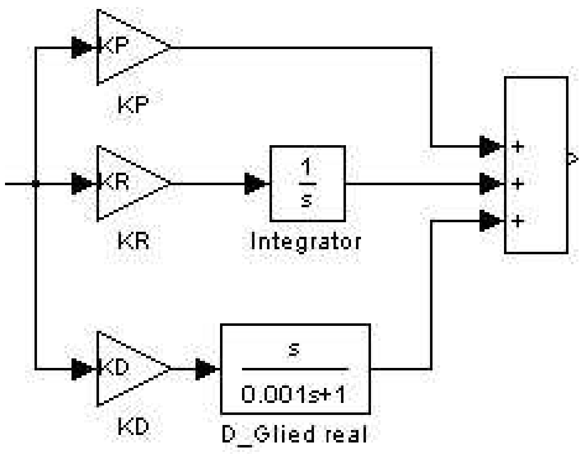
Mit $T_N = T_3$ als größte Streckenzeitkonstante wird $k_p = k_i \cdot T_3$

Mit k_i = 12dB und T_3 = 0,333s wird $k_p = k_i \cdot T_3 = 3{,}981 \frac{1}{s} \cdot 0{,}333 s$

$k_p = 1{,}326$

PID-Regler- Dimensionierung mit dem Bode-Diagramm

PID-Regler



Übertragungsfunktion des PID-Reglers:

$$F_{(p)} = K_R \cdot \frac{(1 + pT_{R1}) \cdot (1 + pT_{R2})}{p}$$

Durch ausmultiplizieren und Koeffizientenvergleich erhält man

$$K_p = K_R \cdot (T_{R1} + T_{R2}) \qquad T_N = (T_{R1} + T_{R2}) \qquad T_v = \frac{T_{R1} \cdot T_{R2}}{T_{R1} + T_{R2}}$$

$$K_D = K_p \cdot T_V \qquad K_R = K_I = \frac{K_p}{T_N}$$

Bei der bisher verwendeten Strecke, bestehend aus 3 PT1-Gliedern, werden als T_{R1} und T_{R2} die beiden größten Streckenzeitkonstanten eingesetzt. Damit kürzen sich diese Zeitkonstanten weg und man erhält für das Bode-Diagramm nur noch

$$F_{(p)} = K_R \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{(1 + pT)}$$

Das zeichnen wir nun in das Bode-Diagramm ein und erhalten K_R wie gewohnt.